

## **SUPERFÍCIES REGLADES GUERXES**

Més enllà del cilindre i el con, altres superfícies reglades tenen també presència entre el ventall de formes constructives habituals. Sovint es tracta d'una presència més aviat auxiliar, com a necessàries formes de transició, sense arribar a adquirir el protagonisme de les reglades radials. Això no obstant, ben a prop nostre podem veure obres com les de Gaudí, especialment a la Sagrada Família, en què són precisament les reglades guerxes les que prenen tot el protagonisme, conformen l'arquitectura i fonamenten el sistema estructural.

L'interès per les reglades guerxes és degut, en primer lloc, al fet mateix de ser reglades i, per tant, generables per mitjà de rectes, cosa que vol dir que, en obra, es poden controlar amb cordills, regles o llistons. Però, a banda d'aquestes facilitats constructives, les reglades guerxes són superfícies de punts hiperbòlics, punts on hi ha línies amb curvatures de signes contraris. Aquesta doble curvatura inversa dóna a la forma una gran resistència mecànica en estructures a compressió, cosa que fa que les reglades guerxes siguin també interessants des d'un punt de vista estructural. Per últim, ja des d'un vessant més plàstic, la degradació de llums i ombres que provoca l'esmentada inversió del signe de la curvatura ha despertat sempre l'interès d'arquitectes i escultors per aquestes superfícies. Sembla obligat, doncs, que, sense ànim d'arribar a un coneixement profund, en veiem, si més no, unes mínimes nocions relatives als seus elements definidors, punts singulars i característiques fonamentals de les formes més representatives d'aquesta família de superfícies.

### **Conceptes generals**

Atès que parlem de superfícies guerxes, és obvi que es tracta de superfícies no desenvolupables, cosa que equival a dir que dues generatrius infinitament pròximes ni es tallen ni són paral·leles, per tant, no hi ha cap pla que les contingui. D'altra banda, com ja s'ha dit, són superfícies de punts hiperbòlics, és a dir, amb plans tangents, que tallen la superfície.

Tractant-se de reglades, totes són superfícies que es poden generar pel moviment d'una recta **generatriu**. Aquest moviment ve regit per tres **directrius** o línies sobre les quals es recolza la directriu.

En els casos que veurem, 2 de les directrius seran pròpies i la tercera impròpia, és a dir, a l'infinit. Parlar de directriu impròpia, equival a imposar una condició de paral·lelisme. Per tant, les superfícies que veurem tindran 2 línies directrius, sobre les quals s'haurà d'anar recolzant la generatriu, i una condició de paral·lelisme a un tercer element, que podrà ser un con o un pla.

Direm que una superfície és de **con director** quan la directriu impròpia imposi que cada generatriu de la superfície tingui la seva corresponent generatriu paral·lela en un con.

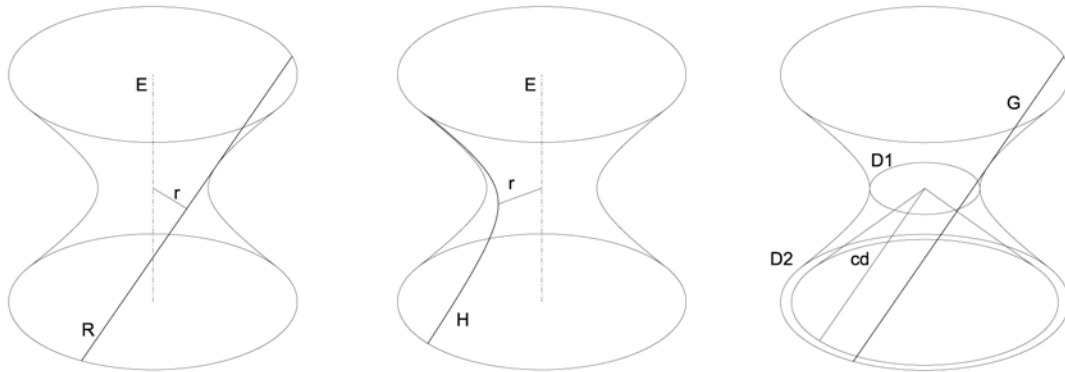
Direm que una superfície és de **pla director** quan la directriu impròpia imposi que les seves generatrius es mantinguin sempre paral·leles a un pla.

### **Hiperboloide hiperbòlic**

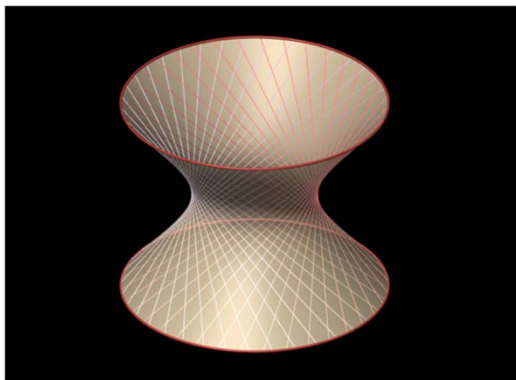
Com a reglada, és la superfície que es genera pel gir d'una recta entorn d'un eix no coplanari. En el cas general, aquest gir pot ser el·líptic, però aquí limitarem l'estudi al cas particular de l'**hiperboloide hiperbòlic de revolució**, és a dir de gir circular, que és el d'ús més freqüent.

Com a superfície de revolució, es pot generar també pel gir d'una hipèrbola entorn del seu eix no transvers.

Com a reglada guerxa, simplement, la podem definir pel moviment d'una recta generatriu que es recolza en 2 circumferències mantenint-se paral·lela a un con. És doncs una superfície de con director.



Diferents maneres de definir l'hiperboloide hiperbòlic: pel gir de la recta R entorn de l'eix E; pel gir de la hipèrbola H entorn de l'eix E o pel desplaçament de la generatriu G, que es recolza en les directrius D1 i D2, mantenint-se paral·lela al con director cd.

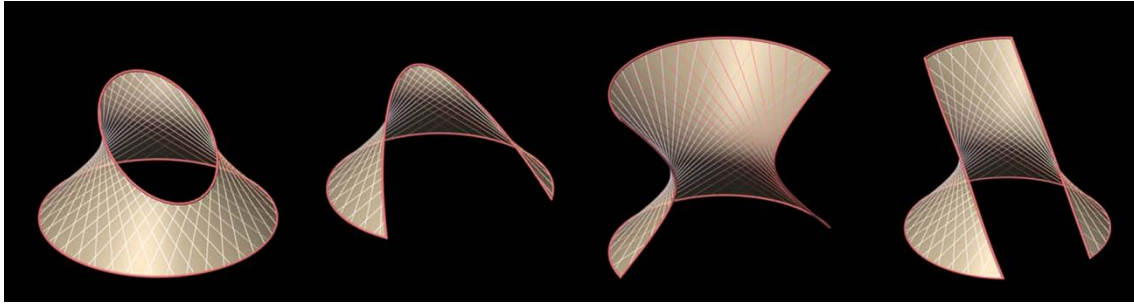


L'hiperboloide hiperbòlic és una reglada de doble generació, és a dir, que té 2 famílies de rectes. Per tant, per cada punt de la superfície passen 2 rectes i cada recta d'una família talla a totes les de l'altra. Això implica que qualsevol recta d'una família és directriu de les de l'altra. És a dir, doncs, que l'hiperboloide hiperbòlic pot definir-se també pel moviment d'una recta que es recolza en 2 altres rectes, mantenint-se paral·lela a les generatrius d'un con.

La doble generació de l'hiperboloide comporta que el pla tangent en qualsevol dels seus punts sigui el definit per les dues rectes que hi passen.

S'anomena **gorja** d'un hiperboloide hiperbòlic, el lloc geomètric dels punts de mínima distància a l'eix de revolució o, dit d'altra manera, és la secció circular de radi mínim. De la definició es desprèn que el pla tangent en els punts de la gorja és paral·lel a l'eix de revolució.

A banda de la circumferència, les seccions planes de l'hiperboloide hiperbòlic poden ser també: el·lipses, paràboles, hipèrboles i, en el límit, 2 rectes paral·leles.



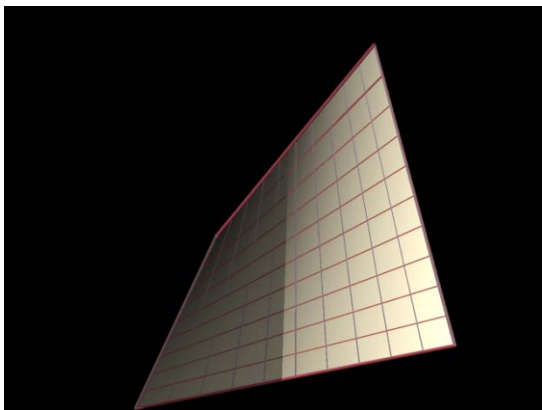
Seccions planes de l'hiperboloide hiperbòlic.

### Paraboloide hiperbòlic

Com a reglada és la superfície que es genera pel desplaçament d'una recta que, mantenint-se paral·lela a un pla, es mou recolzant-se en 2 rectes directrius que no són coplanàries entre elles. Però es pot definir també com la superfície que genera una paràbola que es trasllada, paral·lelament, recolzant-se pel seu vèrtex en una altre paràbola, de pla ortogonal al seu i curvatura de signe oposat.



Maneres de definir el paraboloide hiperbòlic: pel moviment de la recta G, que es recolza en les directrius D1 i D2, mantenint-se paral·lela al pla director pd, o pel desplaçament paral·lel de la paràbola G que es recolza sobre la directriu paràbola D, ortogonal a ella.



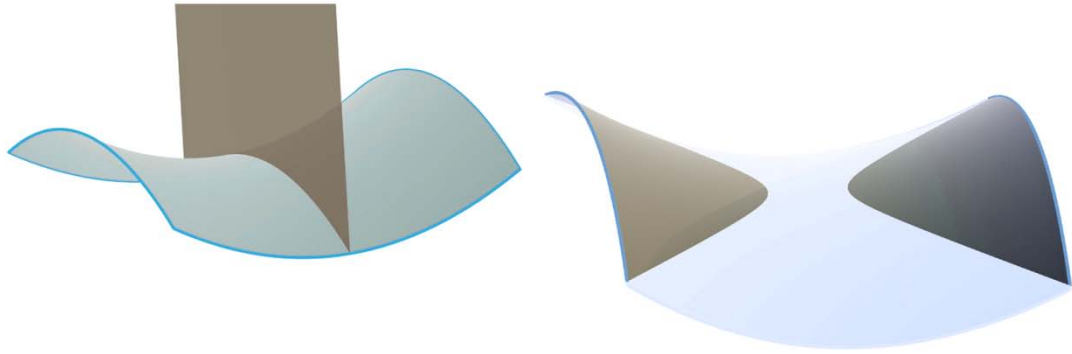
El paraboloide hiperbòlic és doncs una reglada de pla director i, com a reglada, igual que l'hiperboloide, té una doble generació. Per tant: té 2 famílies de rectes; per cada un dels seus punts passen 2 rectes de la superfície i cada recta d'una família talla totes les de l'altra. En conseqüència cada recta és, a l'hora, generatriu per a una família i directriu per a l'altra. El pla tangent en un punt queda determinat per les 2 rectes que hi passen.

El paraboloide té doncs 2 plans directors, segons la direcció de rectes que es prenguin com a generatrius.

S'anomena **vèrtex** del paraboloide hiperbòlic el punt en què el pla tangent és perpendicular als dos plans directors. I es coneix com a **eix del paraboloide** la recta que passa pel vèrtex i és perpendicular al pla tangent en ell.

Les **seccions per plans paral·lels a l'eix** són sempre **paràboles**, a l'hora que plans paral·lels a l'eix i paral·lels entre ells determinen paràboles idèntiques. Però, en el cas particular de plans sectors paral·lels a un dels plans directores, la secció serà una recta.

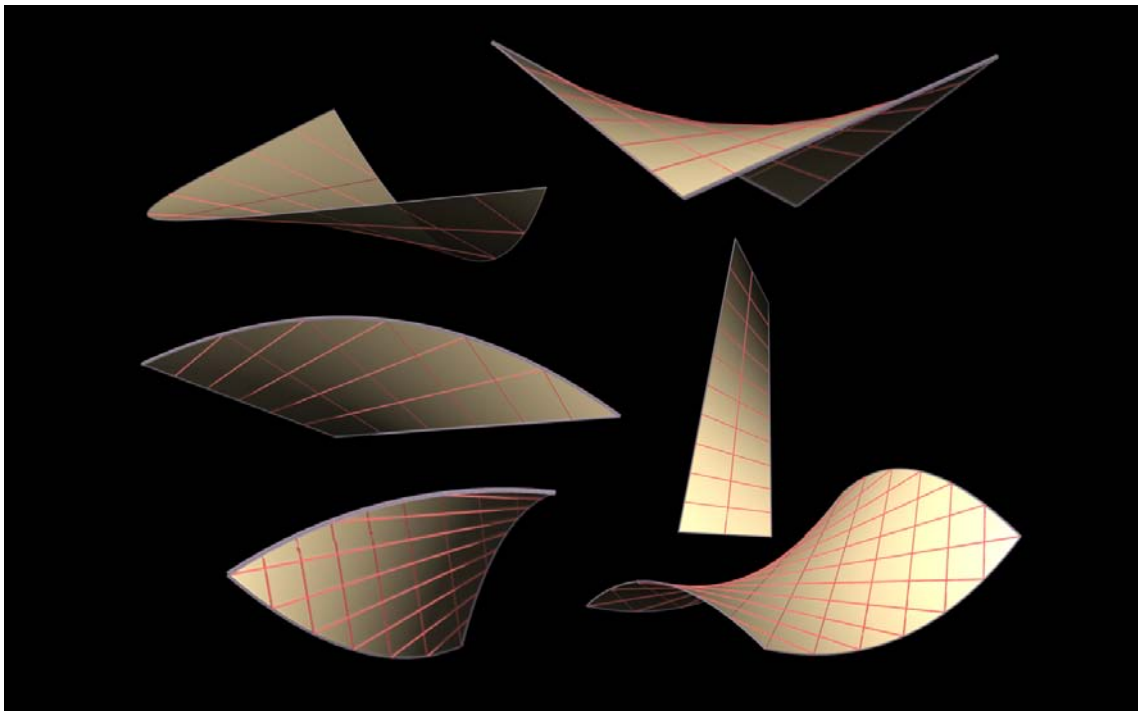
Els **plans no paral·lels a l'eix** determinen **hipèrboles**, i cada família de plans paral·lels genera hipèrboles homotètiques. En el límit, un dels plans de la família serà tangent i, per tant, la secció seran dues rectes.



Seccions planes del paraboloid hiperbòlic.

S'anomenen **paràboles principals** les seccions pels plans de simetria. Lògicament, els seus plans són perpendiculars i tenen curvatures de signe oposat.

El paraboloid pot presentar formes molt diverses en funció de com es talli. Per les seves característiques, no té una forma visual única i rotunda que l'identifiqui. Per reconèixer-lo, cal guiar-se pel concepte.



Petita mostra de formes resultants de tallar un mateix paraboloid de maneres diferents.

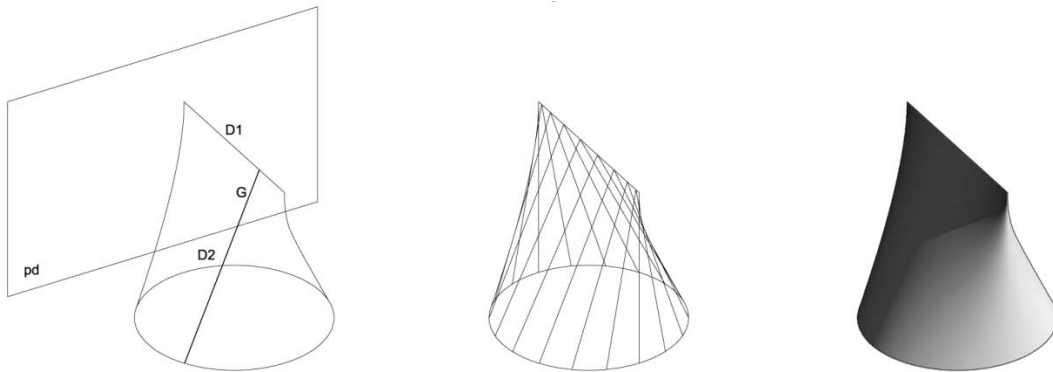
## Conoides

Anomenem conoide a tota superfície reglada en què el moviment de la recta generatriu vingui regit per una directriu corba, una directriu recta i un pla o un con director. Amb aquesta definició, la denominació *conoide* agrupa una extensa família de superfícies, de la qual en comentarem únicament alguns exemples notables.

### Conoides rectes

Són conoides de pla director que tenen, per directriu recta, una perpendicular a l'esmentat pla director i, per directriu corba, una corba plana situada en un pla també perpendicular al director.

Dins d'aquesta subfamília de conoides, parem atenció al **conoide circular recte**, que correspon al cas particular en què la directriu corba és una circumferència, en el ben entès que, substituint la circumferència per qualsevol altra corba plana, podem tenir una gran varietat de superfícies similars.

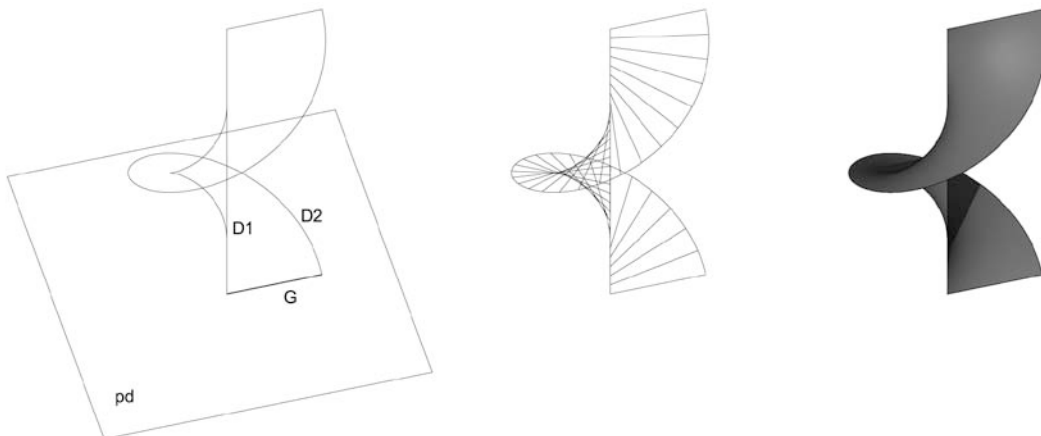


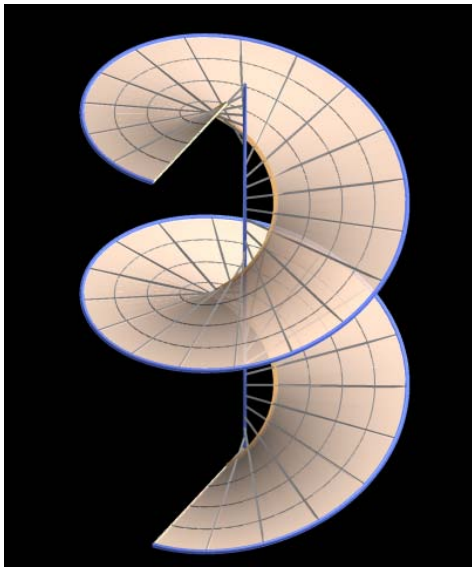
Conoide circular recte: les directrius D1 i D2 són perpendiculars al pla director pd.

En general les seccions planes d'aquesta superfície són corbes de 4t grau llevat de dues excepcions notables: plans paral·lels al director, que tenen secció en forma de 2 rectes (1, en els límits), i plans paral·lels a la directriu circular, que donen lloc a seccions en forma d'el·lipse.

### Helicoide de pla director

També conegut com a helicoide axial recte, és un conoide de pla director què té, per directriu corba, una hèlix, per directriu recta l'eix de l'hèlix i, com a pla director, un pla perpendicular a la directriu recta.





Habitualment, de l'helicoide de pla director se'n pren el tros comprès entre dos cilindres coaxials, amb l'eix comú sobre la directriu recta. El resultat és la coneguda rampa helicoidal.

### L'hèlix

Parlar de l'helicoide obliga a parlar de l'hèlix, com a corba directriu necessària per determinar un helicoide, fent referència als paràmetres que el determinen. Definim l'hèlix com el lloc geomètric dels punts que descriuen un moviment de rotació, entorn d'un eix, combinat amb una translació, en direcció paral·lela a aquest eix, de magnitud proporcional a l'angle rotat.

Si el radi de rotació es manté constant, l'hèlix és **cilíndrica**. Si, per contra, el radi es va incrementant, també de manera proporcional a l'angle rotat, parlarem d'**hèlix cònica**. En tots els casos, l'hèlix té la particularitat de ser una corba de pendent constant. Això fa que, en el desenvolupament, una hèlix traçada sobre la superfície d'un cilindre es transformi en una recta.

L'hèlix cilíndrica, la més habitual en formes arquitectòniques, queda determinada si en coneixem: l'eix, el radi i el pas de rosca. S'entén per **pas de rosca** la distància, en direcció paral·lela a l'eix, entre 2 punts separats per una volta. Així, a la figura següent, la peça rectangular (1) s'ha tallat, segons la diagonal (2) i, en cargolar-la (3), la diagonal s'ha convertit en una hèlix amb l'altura d'un pas de rosca.

